

## Aufgaben

### 1. Je mehr desto besser?

Lufthansa bietet eine Flugverbindung von Frankfurt nach Barcelona an (Hin- und Rückflug). Die Einnahmen und die Kosten werden auf Grundlage von Prognosen in Abhängigkeit der Passagierzahlen geschätzt. Für die Einnahmen gilt:  $Einnahmen(n) = 650 * \sqrt[4]{n^3}$  Taler. Dabei ist  $n$  die Anzahl der Passagiere. Für die Kosten gilt: Hin- und Rückflug kosten die Deutsche Lufthansa AG 8.000 Taler, wenn das Flugzeug ohne Passagiere fliegt. Zusätzlich fallen pro Passagier Kosten in Höhe von 125 Taler für Bearbeitungsaufwendungen, Verpflegung auf den Flügen und zusätzlich benötigtes Kerosin an.

- (a) Wie hoch ist die ertragsoptimale Anzahl von Passagieren und welcher Ertrag kann maximal verwirklicht werden?
- (b) Man gehe davon aus, dass die Lufthansa die Kapazität eines Flugzeuges beliebig bestimmen kann und dass sowohl der Fixkostenblock (sämtliche Kosten, die auf dem Flug unabhängig von der Anzahl der Passagiere anfallen) als auch die variablen Kosten pro Passagier von der Kapazität des Flugzeuges abhängen. Für die Fixkosten gelte, dass  $K_{fix} = 5000 + 20 * C$  Taler ist, wobei  $C$  die Kapazität des Flugzeuges ist. Die variablen Kosten pro Passagier lassen sich mit  $K_{var} = \frac{25000}{C}$  Taler beziffern. Bei welcher Kapazität (in Abhängigkeit zur Anzahl der Passagiere) werden die Kosten minimiert?
- (c) Es gelten die Annahmen aus Aufgabenteil (b) und die Einnahmen seien wieder  $Einnahmen(n) = 650 * \sqrt[4]{n^3}$  Taler. Welche Taktik sollte Lufthansa in diesem Fall wählen? Gibt es eine ertragsoptimale Kapazität?



## 2. Ticketpreise

Lufthansa bietet einen Flug von Frankfurt nach London an. Auf jedem Flug werden unterschiedliche Formen von Tickets verkauft - man spricht von Ticketprodukten oder kurz Produkten.

Das Teuerste Produkt 1 kostet 750 Taler. Produkt 2 kostet 600 Taler und Produkt 3 ist das günstigste Produkt für 100 Taler. Der Gesamtertrag (ohne Berücksichtigung der Kosten des Fluges), den die Lufthansa verwirklichen will, beträgt 98.250 Taler. Die Kapazität des Flugzeuges sei 258 Plätze. Aufgrund einer besonderen Werbeaktion sind die Hälfte der Plätze für das Produkt 3 reserviert.

Wie viele Plätze der verschiedenen Produkte muss Lufthansa verkaufen, um das Ertragsziel zu erreichen?

---

<sup>0</sup>Einsendeschluss: 03. August 2008, [www.lufthansa.com/mathematik](http://www.lufthansa.com/mathematik)

### 3. „Fantasie Fliegen“

Auf nahezu jedem Flug gibt es Passagiere, die zum Abflug nicht erscheinen. Um die Sitze nicht leer zu lassen, möchte Lufthansa ein neues Produkt auf den Markt bringen. Das neue Produkt heißt „Fantasie Fliegen“ und richtet sich an Schüler und Studenten.

Beim „Fantasie Fliegen“ wird dem Schüler angeboten, dass er nur dann einen Sitzplatz bekommt, wenn ein normaler Passagier nicht zum Abflug erscheint. Natürlich muss er sein Ticket nur dann bezahlen, wenn er auch einen Sitzplatz bekommt.

Die Ankunft der Passagiere kann als Bernoulli-Prozess angesehen werden. Damit ist die Zufallsvariable, die die Anzahl der ankommenden Passagiere in Abhängigkeit der Buchungen beschreibt, binomialverteilt.

- (a) Ein Flugzeug habe die Kapazität  $C = 176$ . Es wurden  $N = 17$  „Fantasie Fliegen“ Tickets verkauft. Die normalen Passagiere aber auch die Schüler erscheinen mit einer Wahrscheinlichkeit von  $q = 0,125$  nicht zum Abflug. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Schüler, die zum Abflug erscheinen, auch mitgenommen werden?
- (b) Ein Flugzeug hat die Kapazität  $C = 218$ . Man geht hier davon aus, dass die normalen Passagiere und die Schüler mit einer Wahrscheinlichkeit von  $q = 0,15$  nicht zum Abflug erscheinen. Wie viele „Fantasie Fliegen“ Tickets  $N$  kann man vergeben, damit die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler nicht mitgenommen werden kann, kleiner als  $0,05$  ist?
- (c) Es werden für einen Flug insgesamt 226 normale Tickets und „Fantasie Fliegen“ Tickets verkauft. Man weiß, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von  $0,0346$  mindestens ein Schüler nicht befördert werden kann. Die normalen Passagiere und die Schüler erscheinen mit einer Wahrscheinlichkeit von  $q = 0,1$  nicht zum Abflug. Wie hoch ist demnach die Kapazität des Flugzeuges?

#### 4. Komplexer Check-In

Vier Mathematiker erscheinen - in eine tiefgreifende mathematische Diskussion verstrickt - leicht verspätet beim Check-In. Es sind Herr Gauss, Herr Leibniz, Herr Wiener und Herr Cauchy. Es sind noch genau vier Sitzplätze zu vergeben. Die Sitzplätze sind in der Reihe 30 die Plätze D, E, F und G, die in der Reihenfolge der Buchstaben nebeneinander liegen. Auf die Frage, wer denn wo sitzen wolle, gibt es ein kurzes Palaver.

Sagt Herr Gauss: „Wenn ich weder auf 30D sitze noch Herr Leibniz auf 30E sitzt, dann sollte entweder Herr Wiener oder Herr Cauchy auf 30G sitzen.“ Fügt Herr Leibniz hinzu: „Eigentlich möchte Herr Gauss gerne auf 30F, Herr Leibniz auf 30D, Herr Wiener auf 30E und Herr Cauchy ebenfalls auf 30F sitzen. Das wird wohl so nicht gehen, aber mindestens einer dieser Wünsche muss erfüllt sein.“

Das ist einfach denkt die Check-In-Agentin und will schon loslegen. „Halt!“ ruft da Herr Wiener: „Wenn weder Herr Gauss noch Herr Leibniz auf 30G sitzen, dann muss mindestens Herr Wiener auf 30F oder Herr Cauchy auf 30E sitzen oder sogar beides erfüllt sein.“ Herr Gauss ist ein bisschen ärgerlich und fordert: „Wenn weder Herr Cauchy auf 30D noch Herr Leibniz auf 30F sitzen, dann muss aber Herr Gauss oder Herr Wiener auf 30E sitzen.“ Nun hat auch Herr Cauchy noch einen Wunsch: „Wenn ich auf 30F sitze, dann darf aber Herr Wiener nicht auf 30E sitzen.“

Die Check-In-Agentin ist eigentlich eine Mathematikstudentin, die sich durch diese Tätigkeit ihr Studium finanziert. Vergnügt gibt sie von sich: „Das ist doch nicht so schwer, wir kommen sicher alle mit und jeder wird seinen eigenen Platz bekommen.“

Wie würden sie an Stelle der Check-In-Agentin die Sitzplätze verteilen?



## 5. Guten Appetit

Die LSG Sky Chefs sind der weltgrößte Airline-Caterer. Da ist es verständlich, dass der Qualitätskontrolle bei der Warenannahme in den Betrieben eine große Bedeutung zu kommt. Wenn in Frankfurt täglich 75 Trucks Lebensmittel abliefern, fällt schonmal ein Karton herunter...

Nehmen wir an, die Wahrscheinlichkeit einer beschädigten Warenlieferung in der Warenannahme betrage 5%. Bei beschädigter Warenlieferung sei die Wahrscheinlichkeit, dass auch die Ware selbst fehlerhaft ist 0,5, bei unbeschädigter Warenlieferung hingegen nur 0,02.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann

- (a) bereits die erste Warenlieferung fehlerhaft?
- (b) bei 5 Warenlieferungen höchstens eine fehlerhaft?
- (c) bei 5 unbeschädigten Warenlieferungen keine fehlerhaft?
- (d) bei fehlerhafter Ware diese auch beschädigt?